وعند حساب الانشاءات البنائية فان تحديد الاحمال ينظم حسب الظروف التكنيكية وقواعد التصميم.

وفي انتاج المكنات فان حساب الاحمال يحدد الظروف الملموسة لعمل المكنة: القيمة الاسمية للقدرة، عدد اللفات (الدورات) للاجزاء، وزنها، قوى القصور الذاتي... الخ. مثلا عند حساب اجزاء سيارة ذات حمولة ثلاثة اطنان يجب الاخذ بالحسبان ان الاثقال الحقيقية يجب ان تساوى ثلاثة اطنان. فاذا زادت قابلية السيارة على تحمل مقدار اكثر من هذا فذلك يرجع الى ان ابعاد مقاطع الاجزاء حسبت مع بعض احتياطي المتانة.

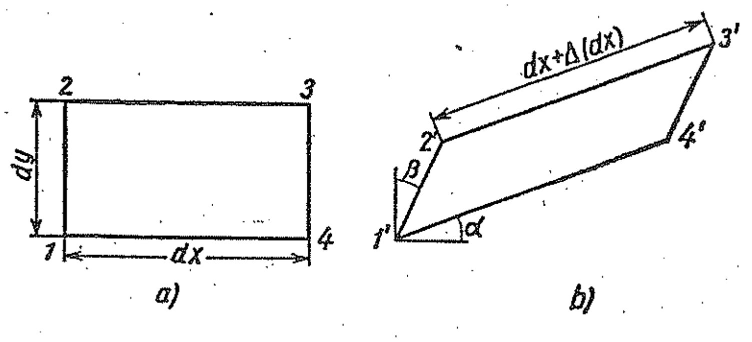
ومقدار احتياطي المتانة هذا سنأتي على ذكره بصورة مفصلة في الباب الثاني عشر.

٥ — التشوه والازاحة

سبق وان ذكرنا بان كل الاجسام تتشوه بهذه الدرجة او تلك تحت تأثير القوى الخارجية، اى ان ابعادها او اشكالها او كلها معا تتغير.

ان تغير الابعاد الطولية (الخطية) للجسم يسمى بالتشوه الطولي وتغيرمقادير الزوايا يسمى بالتشوه الزاوى.

وزيادة ابعاد الجسم تسمى بالاستطالة، اما قلة الابعاد فتسمى بالتقلص. واذا تغير التشوه في حجم الجسم الكلي فعند ذلك يقال بان التشوه حدث في نقطة معلومة من الجسم وباتجاه معين.



الشكل ١ — ٧

فاذا أخذنا مستطيلا صغيرا جدا ١، ٢، ٣، ٤ (الشكل ١–٧، a) على سطح الجسم بالقرب من النقطة موضع البحث، نجد ان هذا المستطيل في الحالة العامة قد أخذ شكل متوازى اضلاع ١`، ٢`، ٣`، ٤` (الشكل ١–٧، b) نتيجة للتشوه.

ان اضلاع المستطيل تتغير (تطول اوتتقلص)، كما يتغير وضعها عما كان عليه في البداية.

ويعطى تغير ابعاد الضلع ١، ٢ أو ٣، ٤ طبيعة التشوه الطولى الكامل فى تلك النقطة بالاتجاه الرأسى وتغير ابعاد الضلع ٢، ٣ او ٤، ١ يعطى طبيعة التشوه الطولى الكامل فى الاتجاه الافقى .

ان تغير الزاوية القائمة الاولى بين ضلعى المستطيل المذكور سابقا والذى يساوى $\gamma = \alpha + \beta$ يبين طبيعة التشوه الزاوى (او زاوية القص) فى النقطة.

يرمز الى التشوه الطولى الكامل بـ $\Delta(dz)$، $\Delta(dy)$، Δl وما شابه ذلك نسبة الى اى رمز يرمز به الى طول القسم موضع البحث. وللتخلص من تأثير ابعاد اضلاع المستطيل، يستعمل مفهوم التشوه الطولى النسبى :

$$\varepsilon = \frac{\Delta (dz)}{dz}\,; \quad \varepsilon = \frac{\Delta (dy)}{dy}\,; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l}\,.$$

وبذلك يكون التشوه الطولى ε مقدارا نسبيا اى بدون وحدات قياس. ويعتبر التشوه الطولى موجبا اذا صاحبت ذلك زيادة فى الطول.

ولقد بينت التجربة بعد رفع الحمل بان التشوه الطولى او الزاوى يزول كليا او جزئيا (تبعا لنوعية المادة، ودرجة التحميل).

يسمى التشوه الذى يزول بعد رفع الحمل مرنا. وصفات الاجسام التى ترجع الى حالتها الاولى بعد رفع الحمل تسمى بالمرونة (*elasticity*).

وإذا احتفظ الجسم بالتشوه بعد ازالة الحمل فيسمى فى هذه الحالة بالتشوه الدائم او البلاستيكى (اللدن) وصفات الاجسام التى تخلف تشوهات دائمية تسمى باللدونة (*plasticity*).

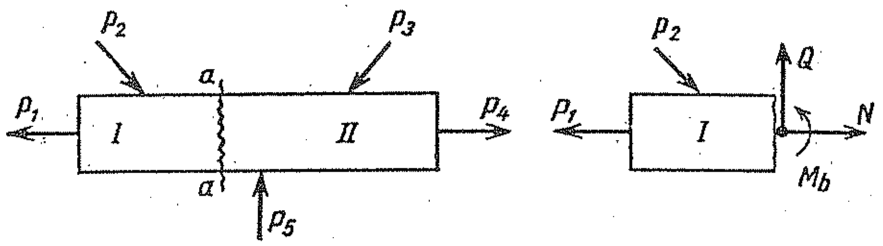
وبمعرفة تشوه الجسم فى جميع نقاطه وحالة تثبيته يمكننا تحديد ازاحة جميع نقاط الجسم، اى تبيان اوضاعها (احداثياتها الجديدة) بعد التشوه. وكقاعدة فان الاستعمال الطبيعى للانشاءات يستلزم ان يكون تشوه اجزائها مرنا. وان مقدار التشوه يجب الا يزيد عن القيم التى يسمح بها. ان هذه الشروط التى يعبر عنها بشكل معادلات، تسمى بشروط الصلادة (*rigidity*). وفى حالات خاصة يمكن اهمال التشوه اللدن الجزئى.

٦ – طريقة القطاعات

سنفترض ان القوى الداخلية (قوى المرونة) التى تظهر فى الجسم تحت تأثير الحمل هى قوى مستمرة التوزيع طبقا للافتراض الذى اتخذناه حول استمرارية مادة الجسم.

سنوضح فيما بعد كيفية تحديد هذه القوى فى اية نقطة من الجسم.

لنحدد الان تلك القوى المتساوية التأثير (بما فى ذلك العزوم) التى تحدثها قوى المرونة فى المقطع.

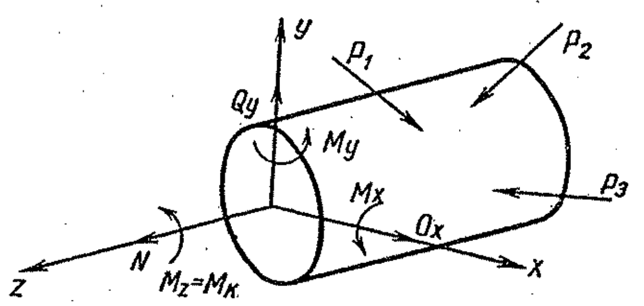


الشكل ١ – ٨

ولتحديد القوى الداخلية المتساوية التأثير (او معاملات القوى الداخلية) نستعمل طريقة القطاعات التى تنحصر فيما يلى:

لنفرض اننا احدثنا مقطعا لجسم فى حالة توازن (الشكل ١ – ٨) فى النقطة التى تهمنا مثلا فى a—a. وبعد ذلك نهمل احد القسمين (فى الغالب القسم الواقع تحت تأثير قوى اكثر)، فنجد ان التأثير المتبادل بين القسمين يستبدل بقوى داخلية، بحيث تساوى القوى الخارجية التى تؤثر على القسم المقطوع.

واذا كانت القوى الخارجية تقع فى مستوى واحد فانه من الضرورى لتوازنه تسليط ثلاث قوى داخلية على المقطع : قوة N باتجاه محور القضيب وتسمى بالقوة الطولية، قوة Q التى تؤثر على مستوى المقطع العرضى وتسمى بالقوة العرضية، وعزم M_b الذى يكون مستوى تأثيره عموديا على مستوى المقطع ان هذا العزم يظهر عند انحناء القضيب ويسمى بعزم الانحناء. وتوضع به ذلك معادلات التوازن لجزء الجسم المقطوع، ومنها نحصل على N، Q M_b، وفى الحقيقة نحصل على N عند اسقاط القوى المؤثرة على القسم المقطوع على اتجاه محور القضيب بحيث يساوى مجموع المساقط صفراً، وباسقاط قوة على اتجاه عمودى على محور القضيب، نحصل على Q. وعندما يساوى مجموع العزوم صفرا بالنسبة الى اية نقطة كانت، نحصل على M_b. فاذا كانت نفس القوى الخارجية وبضمنها ردود فعل الاسناد، لا تقع فى مستوى واحد



الشكل ١ — ٩

(مسألة ثلاثية الابعاد)، فمن الممكن ان تظهر فى المقطع العرضى ست قوى داخلية تشكل مركبات المتجه والعزم الرئيسيين لنظام القوى الداخلية (الشكل ١ — ٩): N — القوة الطولية، Q_y — القوة العرضية، القوة العرضية Q_x، وثلاثة عزوم M_x، M_y، M_z، حيث ان العزمين الاولين انحنائيان. اما العزم الثالث M_z الذى يؤثر فى مستوى المقطع فيسمى عزم الالتواء، وذلك لانه ينشأ عند التواء القضيب. فلتحديد هذه القوى الست من الضرورى استعمال ست معادلات للتوازن: بحيث ان مجموع مساقط القوى (المسلطة على القسم المقطوع،

على محاور الاحداثيات الثلاثة يساوى صفرا وكذلك يكون مجموع عزوم القوى مساويا صفرا بالنسبة للمحاور الثلاثة التى تبدأ فى مركز ثقل المقطع.

فى الشكل ١ ــ ٩ وفى المستقبل سنستعمل نظام الاحداثيات اليمينى، بحيث يكون المحور z كقاعدة مطابقا لمحور القضيب.

وهكذا فلايجاد القوى الداخلية من الضرورى:

١ ــ قطع القضيب او مجموعة القضبان.

٢ ــ اهمال احد القسمين.

٣ ــ تسليط قوى على المقطع بحيث تكون مساوية للقوى الخارجية المؤثرة على القسم المقطوع.

٤ ــ ايجاد قيم القوى من معادلات التوازن الموضوعة للقسم المقطوع.

وفى حالات خاصة يمكن ان تظهر فى المقطع العرضى للقضيب:

١ ــ القوة الطولية N فقط. وتسمى حالة التحميل هذه شدا (اذا كانت قوة N منطلقة من المقطع) او انضغاطا (اذا كانت القوة الطولية موجهة للمقطع).

٢ ــ القوة العرضية Q_y و Q_x فقط، فى حالة القص.

٣ ــ عزم الالتواء M_t فقط. فى حالة الالتواء.

٤ ــ عزم الانحناء M_x أو M_y فى حالة الانحناء.

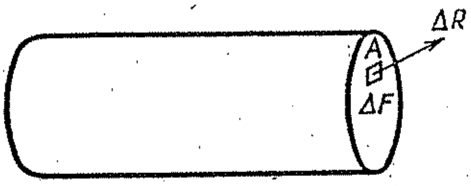
٥ ــ عدة قوى مثل عزوم الانحناء والالتواء. فى حالة التشوه المعقد (او المقاومة المعقدة) التى سنبحثها فى نهاية الكتاب.

٧ ــ الاجهاد

لقد ذكرنا سابقا ونؤكد الان، بان القوى المتمركزة الداخلية N، Q، M_t لا تؤثر فى المقطع العرضى للقضيب، بل تؤثر قوى موزعة بانتظام. وقد تختلف شدتها فى مختلف النقاط والاتجاهات.

ولكن كيف يمكن قياس شدة القوى الداخلية لنقطة معلومة فى مقطع معلوم، مثلا فى نقطة A (الشكل ١ ــ ١٠)؟

نأخذ مساحة صغيرة ΔF حول نقطة A. نفرض ان ΔR محصلة القوى الداخلية المؤثرة على هذه المساحة.



الشكل ١ — ١٠

فيكون متوسط مقدار القوى الداخلية المؤثرة على وحدة المساحة من المساحة ΔF مساويا:

$$p_1 = \frac{\Delta R}{\Delta F} \qquad (١ — ١)$$

و يسمى مقدار p_1 — بمتوسط الاجهاد. وهو يبين متوسط شدة القوى الداخلية. وبتقليل ابعاد المساحة نحصل فى النهاية على

$$p = \lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta R}{\Delta F}. \qquad (١ — ٢)$$

مقدار p — يسمى بالاجهاد الحقيقى او اجهاد نقطة معلومة فى مقطع معين.

وللسهولة يمكننا القول باننا نقصد بالاجهاد — القوة الداخلية المؤثرة على وحدة المساحة فى نقطة معلومة من مقطع معين.

ويظهر لنا من الصيغتين (١ — ١) و (١ — ٢) ان وحدة قياس الاجهاد هى $\frac{(\text{قوة})}{(\text{مساحة})}$.

وفى نظام م كجم ق ث تكون وحدة قياس الاجهاد كجم ق/م٢ ولكن غالبا ما تستعمل وحدة كجم ق/ سم٢ او كجم ق/مم٢ اما فى نظام س ى (Si) فان وحدة قياس الاجهاد هى:

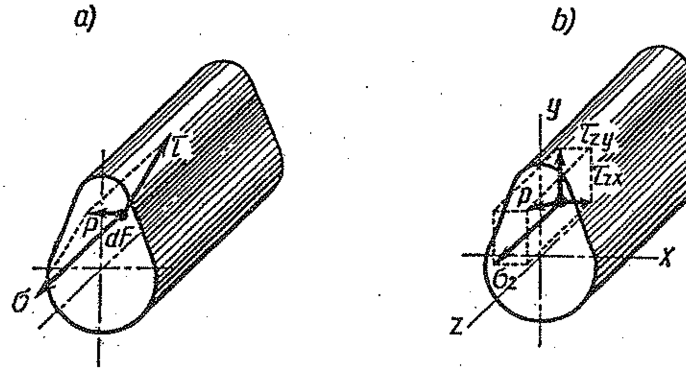
$$\text{نيوتن/م}^2 = \frac{\text{م كجم . ث}^{-2}}{\text{م}^2} = \text{م}^{-1}\ \text{كجم . ث}^{-2}$$

ولكن القيمة الحقيقية للاجهاد تحوى ارقاما كبيرة، ولذا فمن المستحسن استخدام قيم مضاعفة مثل $\frac{\text{ميجانيوتن}}{\text{م}^2} = ١٠^٦$ نيوتن/م٢ ولقد ادى عدم توافق وحدات قياس المساحة وهى الأمتار المربعة مع طبيعة الاجهاد الى استعمال وحدات قياس نيوتن/مم٢ من قبل بعض المؤلفين.

ومن الممكن تحليل الاجهاد الكلي p الى مركبتين (الشكل ١ — ١١، a)

١ — مركبة عمودية على مستوى المقطع. وتسمى هذه المركبة بالاجهاد العمودي ويرمز اليها عادة بالرمز σ.

٢ — مركبة تقع فى مستوى المقطع. وتسمى هذه المركبة بالاجهاد التماسى ويرمز اليها بالرمز τ. ومن الممكن ان يأخذ الاجهاد التماسي اى اتجاه فى مستوى المقطع. تبعا للقوى المؤثرة وللسهولة فان τ يعبر عنها عادة بصورة مركبتين باتجاه محاور الاحداثيات (الشكل ١ — ١١، b).



الشكل ١ — ١١

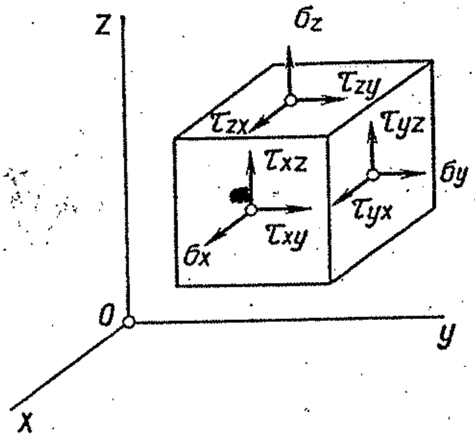
وعادة يرمز الى الاجهاد كما فى الشكل ١ — ١١، b. حيث يوضح الاجهاد العمودي بعلامة تبين المحور الاحداثي الذى يوازيه الاجهاد. ويعتبر الاجهاد العمودي موجبا اذا كان شادا، وسالبا اذا كان ضاغطا. ويرمز الى الاجهاد التماسي بعلامتين: الاولى ترمز الى المحور الموازى للعمود على المساحة التى يؤثر عليها الاجهاد، والثانية ترمز الى المحور الموازى للاجهاد نفسه.

ان تحليل الاجهاد الكامل الى عمودي وتماسي يحمل محتوى فيزيائيا معينا. ان الاجهاد العمودي يظهر عندما تحول جزيئات المادة الماسة للمساحة المعينة الابتعاد عن بعضها او التقارب من بعضها. اما الاجهاد التماسى فانه مرتبط بقص جزيئات المادة فى مستوى المقطع المذكور.

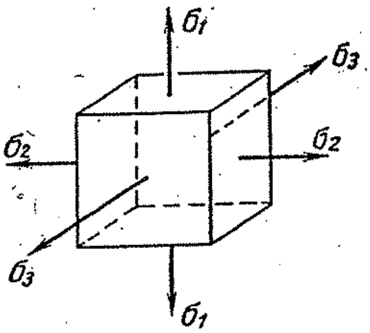
واذا قمنا فرضيا بقطع جزء على شكل مكعب صغير جدا حول نقطة

معينة من الجسم فستكون هناك بصورة عامة اجهادت تؤثر على اوجه المكعب كما هو مبين فى الشكل ١ — ١٢.

ان مجموعة الاجهادات على كافة المساحات الاولية، والتى يمكن امرارها خلال اية نقطة معينة من الجسم تسمى بحالة الاجهاد فى النقطة المعينة.



الشكل ١ — ١٢



الشكل ١ — ١٣

واذا كانت الاجهادات العمودية وحدها تؤثر على اوجه المكعب فانها تسمى بالاجهادات الرئيسية، اما المساحات التى تؤثر عليها الاجهادات الرئيسية فانها تسمى بالمساحات الرئيسية.

وقد برهنت نظرية المرونة على ان كل نقطة فى الجسم المجهد تحوى ثلاث مساحات رئيسية (متعامدة فيما بينها).

ويرمز عادة الى الاجهادات الرئيسية σ_3 ، σ_2 ، σ_1 . حيث يرمز الى الاجهاد الكبير بـ σ_1 (مع الاخذ فى الاعتبار الاشارة)، والى الاجهاد الصغير بـ σ_3 (مع الأخذ فى الاعتبار الاشارة). ان حالة الاجهاد المختلفة الاشكال تقسم عادة تبعا لعدد الاجهادات الرئيسية المؤثرة.

وتسمى حالة الاجهاد بثلاثية المحور او الحجمية اذا لم تساو اى من الاجهادات الرئيسية الثلاثة صفرا (الشكل ١ — ١٣).

واذا ساوى احد تلك الاجهادات الرئيسية صفرا، فتسمى حالة الاجهاد عند ذلك ثنائية المحور او مستوية.

واذا ساوى اجهادان رئيسيان صفرا، فتسمى حالة الاجهاد هذه وحيدة المحور او الطولية.

وبمعرفة حالة الاجهاد فى اى جزء يمكن تقدير متانة ذلك الجزء.

وفى كثير من الحالات فان تقدير متانة اجزاء الانشاءات التى هى على شكل قضيب يجرى بواسطة اكبر مقدار للاجهاد الذى يحدث فى مقاطعها العرضية. وفى حالات بسيطة اى عندما تكون حالة الاجهاد طولية فى النقطة الخطرة من المقطع العرضى فان شروط المتانة تكتب كما يلى:

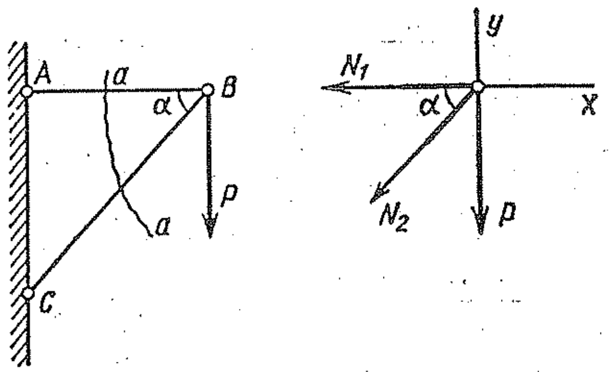
$$\sigma \leqslant [\sigma]$$

ويقصد بـ σ — الاجهاد الفعلى، الذى يحدث فى النقطة المذكورة. ويقصد بـ $[\sigma]$ — الاجهاد المسموح به، وان مقداره يتعلق بخواص المادة، التى حصل عليها عن طريق التجارب، وكذلك بشروط عمل جزء الانشاءة. وسنتطرق الى المعلومات الخاصة بتحديد الاجهاد المسوح به فى البند الثانى عشر.

اننا نلاقى حالات، يجرى فيها تقدير المتانة بواسطة الاجهاد التماسى، حيث تكتب شروط المتانة مماثلة لـ (١ — ٣) كما يلى:

$$\tau \leqslant [\tau]$$

وسنبين فيما بعد بان شروط متانة الاجزاء توضع فى بعض الحالات بصورة اكثر دقة، ليس بواسطة الاجهادات وحسب، بل بواسطة الاحمال، وذلك لان الحصول على المقداره النهائى للاجهاد فى النقطة الاكثر خطورة لا يعنى انهيار الجزء دائما.



الشكل ١ — ١٤

مثال ١ — ١. يراد تحديد الاجهادات فى القضيبين AB و BC كما فى الشكل ١ — ١٤.

الحل. لتحديد الاجهادات فى القضيبين AB و BC تستخدم طريقة القطع. نقوم باجراء عملية قطع $a-a$ للقضيبين. نهمل القسم الايسر وندرس اتزان القسم الايمن.

نفترض فى البداية بان فى كلا القضيبين اجهادات شادة (قوى شادة فى الرسم موجهة من المفصل) ونرمز اليها ؛ N_2 و N_1 . نضع معادلات الاتزان للقسم المقطوع من المجموعة.

$$\Sigma Y = 0; \quad -P - N_2 \sin\alpha = 0$$

من هنا: $N_2 = -\frac{P}{\sin\alpha}$.

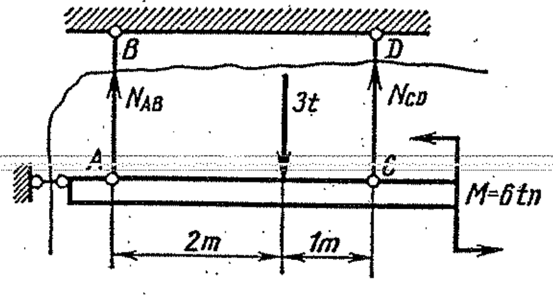
اشارة (—) تبين ان N_2 ليست شادة، كما افترضنا نحن، ولكنها ضاغطة. نضع المعادلة الثانية للتوازن:

$$\Sigma X = 0; \quad -N_1 - N_2 \cos\alpha = 0.$$

نعوض عن $N_2 = -\frac{P}{\sin\alpha}$ فنحصل على: $N_1 = P\cot\alpha$.

مثال ١ — ٢. يراد تحديد القوى فى القضيبين AB و CD فى المجموعة المبينة فى الشكل ١ — ١٥.

الحل. ندرس اتزان ذلك القسم من المجموعة الذى يقع تحت القطع وبعد ان نجعل مجموع المساقط على المحور الافقى مساويا للصفر، نتأكد من ان الاجهادات فى القضيب الاسنادى الافقى (عند نقطة A) تساوى صفرا.



الشكل ١ — ١٥

وبجعل مجموع العزوم حول نقطة A لجميع القوى المؤثرة على القسم المقطوع صفرا نحصل على:

$$\Sigma M_A = 0; \quad -3 \cdot 2 + N_{CD} \cdot 3 + 6 = 0$$

ومن هنا $N_{CD} = 0$ وبجعل مجموع مساقط تلك القوى نفسها على المحور الرأسى صفرا نحصل على:

$$\Sigma Y = 0; \quad N_{AB} - 3 = 0$$

من هنا: $N_{AB} = 3t$. اشارة (+) تبين بان القوة N_{AB} متجهة كما هى فى الشكل، اى انها قوة شادة.

وعند استعمال النظام الدولى لوحدات القياس (Si) يحدث التغيير التالى: الحمل ٣ اطنان يساوى ٣×١٠^٤ نيوتن، والعزم ٦ طن.متر، كان من المحتمل ان يكون ٦×١٠^٤ نيوتن.متر. والجهد N_{AB} كان من المحتمل ان يكون (من معادلات التوازن نفسها) مساويا ٣×١٠^٤ نيوتن.

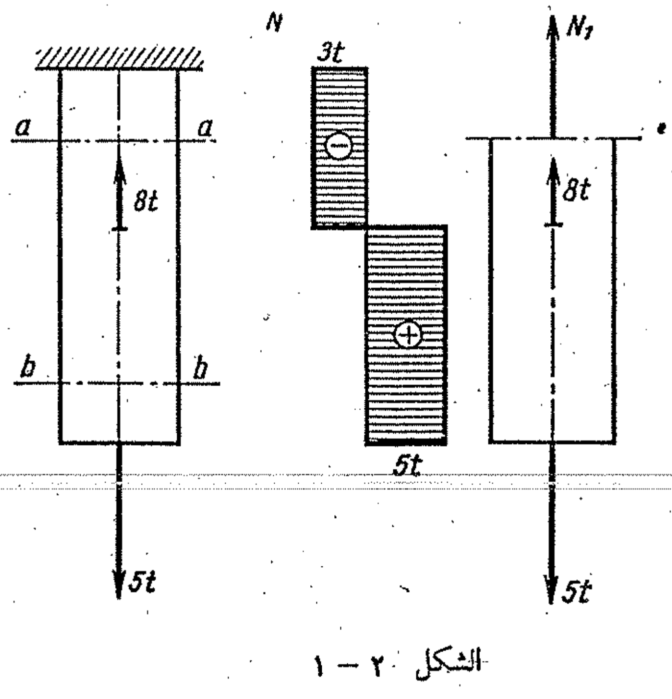
الباب الثانى

الشد والانضغاط

٨ – تحديد القوى الداخلية

نبحث حالة الشد او الانضغاط المحورى (المركزى)، عندما تؤثر القوى الخارجية باتجاه محور القضيب (الشكل ٢ – ١). ولتحديد القوى الداخلية (القوى الطولية) نستخدم طريقة القطع .

نقوم باجراء قطع ما، مثلا فى $a-a$ ، ونبحث توازن القسم الاسفل المقطوع. ويستبدل تأثير القسم الاعلى الذى اهمل على القسم الاسفل بقو طولية ونعطيها اتجاها فرضيا مبتعدا عن المقطع ، اى بمعنى آخر نفترض بان القوة تعتبر شادة. نضع معادلات التوازن، وباسقاط كل القوى المؤثرة فى القسم



الشكل ٢ – ١

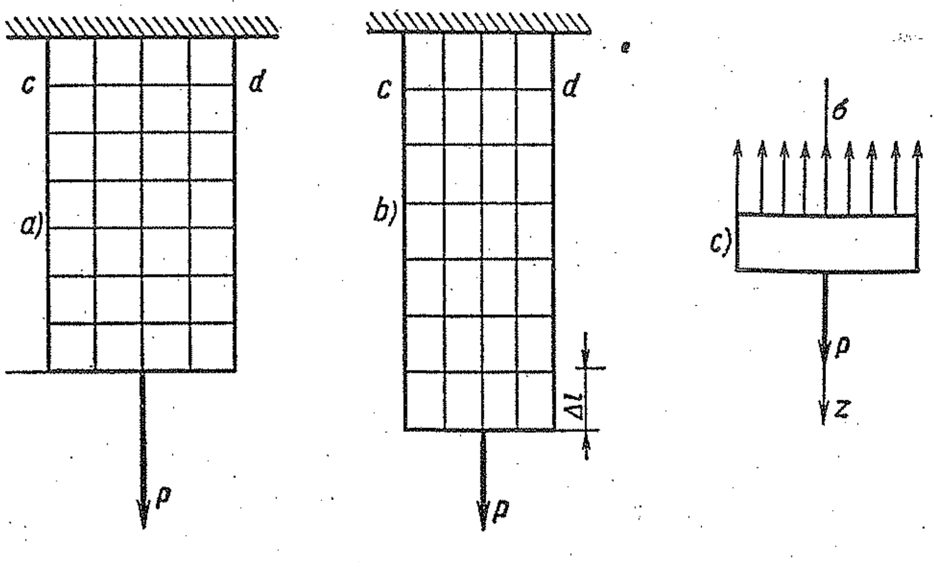
الاسفل على اتجاه مواز لمحور القضيب، وبمساواة مجموع المساقط للصفر، نحصل على $N_1 + 8 - 5 = 0$ ومن هنا $N_1 = -3t$.

وتبين الاشارة السالبة ان اتجاه القوة N_1 يجب ان يكون بالاتجاه المضاد لما فرضناه، اى ان القوة الطولية لا تكون فى هذه الحالة شادة كما افترضنا، بل ضاغطة. وبنفس الطريقة نجد القوة الطولية فى المقطع $b - b$: $N_2 = 5t$ (الشد). ولنعتبر القوة الطولية المطابقة للشد قوة موجبة.

ويعطى المرسم البيانى (الرسم البيانى للقوى الطولية) صورة واضحة لقانون تغيير القوى الطولية على طول القضيب، حيث يكون المحور السينى موازيا لمحور القضيب والمحور الرأسى عموديا عليه. ونضع على المحور الرأسى وبمقياس محدد قيم القوى الطولية (مع أخذ الاشارة فى الاعتبار) فى المقاطع العرضية للقضيب. وفى الشكل ٢ — ١ يوجد رسم بيانى لـ N .

٩ — تحديد الاجهادات

اذا قمنا بعمل شبكة خطوط على سطح قضيب منشورى بحيث تكون موازية وعمودية على محوره (الشكل ٢ — ٢، a)، واثرنا عليه بقوة شادة فيمكن التأكد عند ذلك من ان خطوط الشبكة تبقى متعامدة فيما بينها بعد التشوه،



الشكل ٢ — ٢

عدا قسم صغير من القضيب بالقرب من مكان تأثير القوة والذى حذفناه عند البحث ولكن المسافة فيما بينها تختلف (الشكل ٢ — ٢، b) ان كل الخطوط الافقية مثلا cd ، تنزاح الى اسفل، وتبقى افقية ومستقيمة. ومن الممكن الافتراض ايضا بان نفس الشئ يحدث فى وسط القضيب ، اى ان المقاطع العرضية المستوية والعمودية على محوره قبل التشوه تبقى مستوية وعمودية على محوره بعد التشوه. ان هذه الفرضية المهمة تسمى بفرضية المقاطع المستوية، او فرض بيرنولى. ان النتائج التجريبية اثبتت صحة الصيغ المبنية على اساس هذه الفرضية.

مثل صورة التشوه هذه تعطينا اساسا لاعتبار انه فى المقاطع العرضية للقضيب تؤثر الاجهادات العمودية والموزعة فى المقطع بصورة منتظمة.

ومن شرط التوازن لقسم القضيب المبين فى الشكل ٢ — ٢ c نحصل على $\Sigma Z = 0; -\sigma F + P = 0$ او :

$$\sigma = \frac{P}{F} \qquad (٢ — ١)$$

فى حالة عامة، عندما تؤثر على القسم المقطوع عدة قوى ففى بسط الصيغة يدخل المجموع الجبرى لمساقط هذه القوى على محور القضيب، والذى يساوى عدديا القوة الطولية N اى:

$$\sigma = \frac{N}{F}. \qquad (٢ — ٢)$$

ان هذه الصيغ يصح استعمالها ايضا لحالة الانضغاط، ولكن هناك فرق بسيط، هو ان الاجهاد الضاغط يعتبر سالبا.

وعند تصميم القضبان المضغوطة، فبالاضافة الى حساب المتانة يجب ان نأخذ فى اعتبارنا حساب الاستقرار ايضا (انظر الباب العاشر).

*هذا لم يظهر فى الرسم (الشكل ٢ — ٢)

لقد اظهرت التجارب ان طول القضيب يزداد عند الشد وتقل الابعاد العرضية، وعند الانضغاط يحدث العكس (انظر الشكل ٢ – ٢ b).

ولقد بينت التجارب ان لكثير من المواد عند تحميلها الى حدود معينة تظهر العلاقة التالية بين التشوه الطولى النسبى ε وبين الاجهاد σ

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}. \qquad (٢ – ٣)$$

وتسمى هذه العلاقة بقانون هوك، ويعبر عنه بالشكل الاتى: ان التشوه الطولى النسبى يتناسب مع الاجهاد العمودى طرديا.

ان E فى الصيغة (٢ – ٣) معامل يتعلق بنوع المادة، ويسمى بمعامل المرونة الطولية او بمعامل المرونة من الدرجة الاولى، وهو يبين صلادة المادة، اى قابليتها لمقاومة التشوهات.

وبما ان ε هو مقدار لا بعدى لذا فمن الصيغة (٢ – ٣) يظهر ان وحدة قياس E هى نفسها وحدة قياس σ اى كجم/سم٢ (kg/cm^2).

وفى الجدول ٢ – ١ نورد القيمة المتوسطة لـ E لبعض المواد. وبالنسبة للمواد الاخرى، فان قيمة E يمكن ايجادها فى الدليل.

وحيث ان $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ و $\sigma = \frac{N}{F}$ فانه يمكن الحصول من الصيغة (٢ – ٣) على صيغة لتحديد الاستطالة الكاملة (التقلص الكامل):

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF} \qquad (٢ – ٤)$$

توجد بين التشوه الطولى النسبى ε والتشوه العرضى النسبى ε' علاقة تجريبية هى:

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon \qquad (٢ – ٥)$$

هنا μ – معامل التشوه العرضى (نسبة بواسون)، وهو يبين قابلية المادة للتشوه العرضى. عند استعمال الصيغة (٢ – ٥) تعتبر الاستطالة موجبة والتقلص سالبا. ان قيمة μ لكل المواد تتراوح فى حدود $0.5 \geqslant \mu \geqslant 0$.

الجدول ٢ — ١

قيم معامل المرونة الطولية

المادة	معامل المرونة E (كجم / سم^{٢})
الفولاذ	٢ × $١٠^{٦}$ ÷ ٢,٢ × $١٠^{٦}$
النحاس	١ × $١٠^{٦}$
الخشب	١ × $١٠^{٥}$
الالومنيوم	٠,٦٧٥ × $١٠^{٦}$
حديد الزهر	٠,٧٥ × $١٠^{٦}$ ÷ ١,٦ × $١٠^{٦}$
الفيبرجلاس	٠,١٨ × $١٠^{٦}$ ÷ ٠,٤٠ × $١٠^{٦}$

الجدول ٢ — ٢

اسم المادة	معامل التشوه العرضى μ	اسم المادة	معامل التشوه العرضى μ
الفولاذ	٠,٢٥ — ٠,٣٣	الرصاص	٠,٤٥
النحاس	٠,٣١ — ٠,٣٤	النحاس الاصفر	٠,٣٢ — ٠,٤٢
البرونز	٠,٣٢ — ٠,٣٥	الالومنيوم	٠,٣٢ — ٠,٣٦
حديد الزهر	٠,٢٣ — ٠,٢٧	الزنك	٠,٢١
الزجاج	٠,٢٥	الحجر	٠,١٦ — ٠,٣٤
الخرسانة	٠,٠٨ — ٠,١٨	المطاط (الكاوتشوك)	٠,٤٧
الفلين	٠,٠	الخشب الرقائقى	٠,٠٧
السليولويد	٠,٣٩		

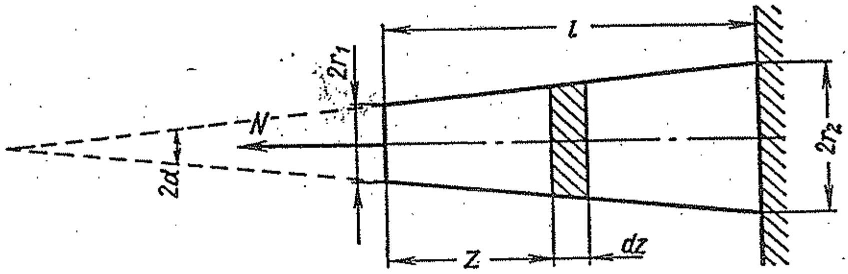
ان قيمة معامل التشوه العرضى μ لغالبية المواد تتراوح من ٢٥ر٠ الى ٣٥ر٠ (الجدول ٢ — ٢).

ويمكن اعتبار $\mu \approx$ ٣ر٠ بالنسبة للفولاذ فى حالة التشوهات المرنة. وبمعرفة ε'، من الممكن تحديد التشوه العرضى الكامل Δb وذلك من الصيغة

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b} \qquad (٢ — ٦)$$

حيث ان b هى العرض الاولى للقضيب.

فى القضبان ذات المقطع المتغير (الشكل ٢ ــ ٣) من الممكن اعتبار الاجهادات فى المقاطع العرضية موزعة بصورة منتظمة (اذا كانت زاوية المخروط $\alpha \leqslant$ ١٢ درجة) وتحديدها يكون بنفس تلك الصيغة (٢ ــ ٢) التى استعملت للقضيب الثابت المقطع.



الشكل ٢ ــ ٣

ولتحديد تشوه القضيب المتغير المقطع، والذى تؤثر القوة الطولية N على مقاطعه العرضية نحدد اولا الاستطالة $\Delta\,(dz)$ لطول جزء dz الذى يعتبر تفاضل الاستطالة الكاملة Δl . وطبقا لقانون هوك يوجد عندنا:

$$\Delta\,(dz) = d\,(\Delta l) = \frac{Ndz}{EF}. \qquad (\text{٢ — ٧})$$

ونحصل على الاستطالة للقضيب وذلك بايجاد تكامل الصيغة (٢ ــ ٧) فى حدود من $z = 0$ حتى $z = l$:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{Ndz}{EF}. \qquad (\text{٢ — ٨})$$

واذا كانت N و E ثوابت، فان:

$$\Delta l = \frac{N}{E}\int_0^l \frac{dz}{F}. \qquad (\text{٢ — ٩})$$

ولاستعمال هذه الصيغة يجب معرفة قانون تغير F بالنسبة الى z . وللقضبان المتدرجة (الشكل ٢ ــ ٤) نستبدل التكامل بالمجموع ويحدد التغير الكامل

لطول القضيب كمجموع جبرى لتشوهات اقسامه المنفردة بحيث تكون ف
E و N و F ثوابت:

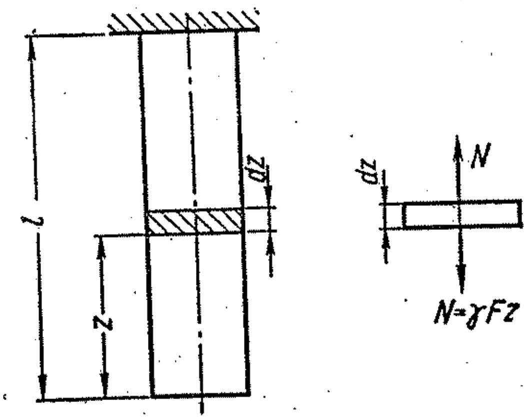
$$\Delta l = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta l_i = \sum \frac{N_i l_i}{E_i F_i} \cdot \qquad (10 - 2)$$

مثلا للقضيب المبين فى الشكل ٢ ــ ٤ يكون:

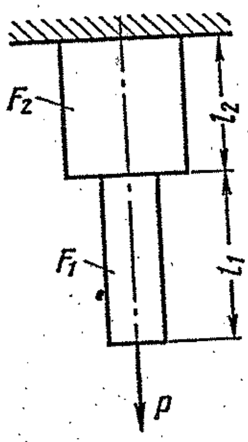
$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{N_1 l_1}{E_1 F_1} + \frac{N_2 l_2}{E_2 F_2}$$

حيث $P = N_2 = N_1$.

ولنحدد الان استطالة القضيب ذى المقطع الثابت تحت تأثير وزنه، والذى يعتبر كحمل موزع بصورة منتظمة باتجاه محور القضيب (الشكل ٢ ــ ٥). لنرمز بالحرف γ الى وزن وحدة الحجوم لمادة القضيب. نبحث تشو



الشكل ٢ ــ ٥



الشكل ٢ ــ ٤

الجزء dz، المأخوذ على مسافة z من النهاية السفلى، فهو يشد بقوة γFz وهى تساوى وزن القسم من القضيب الواقع تحت المقطع z. ان استطالة الجزء تساوى

$$\Delta (dz) = d(\Delta l) - \frac{\gamma Fz dz}{EF} = \frac{\gamma z dz}{E} . \qquad (11 - 2)$$

وبايجاد تكامل هذه الصيغة فى الحدود من $z=0$ حتى $z=l$ فاننا نجد استطالة القضيب:

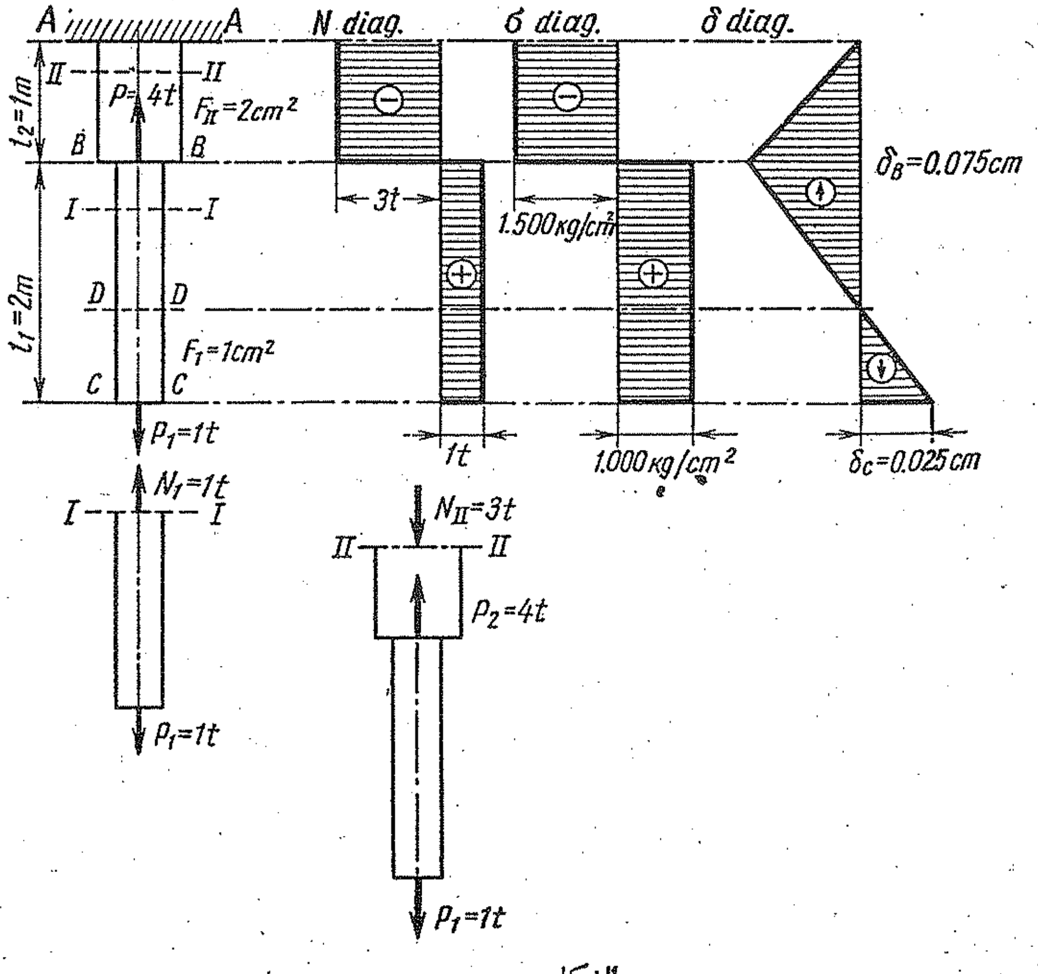
$$\Delta l = \int_0^l \frac{\gamma}{E} z dz = \frac{\gamma l^2}{2E}. \qquad (٢ - ١٢)$$

ان هذه الصيغة يمكن كتابتها بصورة آخرى اذا اعتبرنا ان وزن القضيب $G = \gamma F l$ اى:

$$\gamma l = \frac{G}{F}$$

فعند ذلك نحصل من الصيغة (٢ — ١٢) على:

$$\Delta l = \frac{Gl}{2EF}. \qquad (٢ - ١٣)$$



الشكل ٢ — ٦

اذن، تكون استطالة القضيب الثابت المقطع تحت تأثير وزنه اقل بمرتين من الاستطالة تحت تأثير قوة مساوية لوزن القضيب تؤثر فى نهايته.

وليست ثمة صعوبة كبيرة للحصول على الصيغة الضرورية لتحديد التشوه تحت تأثير الوزن الخاص للقضيب المتغير المقطع. ونترك ايجاد ذلك الى الطلاب انفسهم.

مثال ٢ — ١. يراد تحديد القوة الطولية N والاجهاد σ فى جميع المقاطع العرضية للقضيب الفولاذى المبين فى الشكل ٢ — ٦. وكذلك تحديد الازاحة الرأسية δ لكل المقاطع العرضية للقضيب، وتوضيح النتائج برسوم بيانية، ووضع الرسوم البيانية لكل من N، σ، δ.

الحل. لتحديد N نقوم فرضيا بعمل قطع القضيب فى المقطع I — I والمقطع II — II. وبواسطة توازن قسم القضيب الموجود تحت المقطع I — I نحصل على $N_1 = P_1 = 1t$ (شد). وبواسطة توازن قسم القضيب الموجود تحت المقطع II — II نحصل على: $-N_{II} + P_2 - P_1 = 0$ او $-N_{II} + 4 - 1 = 0$ او $N_{II} = 3t$ (انضغاط) .

وباختيار مقياس رسم مناسب نضع الرسوم البيانية للقوى الطولية. وعند هذا نعتبر القوة الطولية الشادة N موجبة. والقوة الضاغطة سالبة. ان الاجهادات متساوية: فى مقاطع القسم الاسفل من القضيب

$$\sigma_1 = \frac{1000}{1} = 1000 \ \text{kg/cm}^2 \qquad \text{(شد)}$$

وفي مقاطع القسم الاعلى للقضيب

$$\sigma_{II} = -\frac{3000}{2} = -1500 \ \text{kg/cm}^2 \qquad \text{(انضغاط)}$$

وبواسطة مقياس رسم معين نضع الرسم البيانى للاجهادات ولوضع الرسم البيانى لـ δ يجب تحديد ازاحة المقاطع $B - B$ و $C - C$ (ازاحة مقطع $A - A$ تساوى صفرا) .

ان مقطع $B - B$ يتزاح الى اعلى لان القسم الاعلى من القضيب مضغوط.

$$\delta_B = -\frac{3000 \times 100}{2 \times 10^6 \times 2} = -0.075 \ \text{cm} \qquad \text{(الى الاعلى)}$$

$$\delta_B = -\frac{NL}{EF}$$

تعتبر الازاحة الى اسفل موجبة، والى اعلى سالبة .

ازاحة المقطع $C-C$ تعتبر المجموع الجبرى لازاحة مقطع $B-B$ اى (δ_B) واستطالة قسم القضيب الذى طوله l_1:

$$\delta_C = \delta_B + \Delta l_1 = \delta_B + \frac{N_1 l_1}{EF_1} = -0.075 + \frac{1000 \times 200}{2 \times 10^6 \times 1} = 0.025 \text{ cm}$$

(الى الاسفل)

وبمقياس رسم معين نضع قيم δ_B ، δ_C على الرسم البيانى، ونوصل بين النقاط التى حصلنا عليها بخطوط مستقيمة وذلك لان الازاحة ترتبط بعلاقة خطية مع الاحداثى السينى لمقطع القضيب وبذلك نحصل على الرسم البيانى للازاحة. ومن الرسم البيانى يتضح ان اى مقطع $(D-D)$ لا يتزاح، وان المقاطع التى تقع اعلى $D-D$ تنزاح الى اعلى، اما المقاطع التى تقع اسفله فتنزاح الى اسفل.

مثال ٢ — ٢. يراد تحديد استطالة قضيب مخروطى الشكل ذى مقطع عرضى دائرى، اذا كان اقل قطر فيه هو $2r_1$ ، و اكبر قطر فيه هو $2r_2$ (انظر الشكل ٢ — ٣).

الحل. ان نصف قطر مقطع القضيب على مسافة z من النهاية اليسرى يساوى:

$$r_z = r_1 + \frac{r_2 - r_1}{l} z.$$

اذن فمساحة مقطع القضيب على مسافة z تساوى:

$$F_z = \pi r_z^2 = \pi \left(r_1 + \frac{r_2 - r_1}{l} z \right)^2.$$

استطالة القضيب حسب الصيغة (٢ — ٩) تساوى:

$$\Delta l = \frac{N}{\pi E} \int_0^l \frac{dz}{\left(r_1 + \frac{r_2 - r_1}{l} z\right)^2} = \frac{Nl}{\pi E r_1 r_2}$$

ومن هنا، اذا كانت $r_1 = r_2 = r$ ، فاننا نحصل على استطالة القضيب ذى المقطع الثابت (الدائرى).

١١ – الدراسة التجريبية لخواص المواد

أ – اغراض وانواع الاختبارات

لدراسة خواص المواد وتحديد مقادير الاجهادات المسموح به ، تجرى اختبارات على نماذج المادة حتى انهيارها (تحطمها) . ويجرى الاختبار بحالات التحميل التالية : الاستاتيكية ، التصادمية (الطارقة) والدورية (اختبار الكلال او الاطاقة) .

وتختلف الاختبارات على الشد او الانضغاط ، او الالتواء او الانحناء تبعا لنوع التشوه الحاصل للنموذج المختبر . وفي حالات نادرة تجرى اختبارات المقاومة المعقدة ، مثلا في حالة اقتران الشد مع الالتواء .

وتجرى التجارب عادة في ظروف قياسية ، وذلك لان نتائج الاختبارات تتعلق بشكل النموذج وسرعة تشوهه والحرارة عند الاختبار ..... الخ .

وتجرى الاختبارات بواسطة الات خاصة مختلفة من حيث تركيبها وقدرتها.

ولقياس التشوه تستخدم ادوات خاصة (تنزومتر) ، لها حساسية عالية. ويمكن الاطلاع على دراسات تفصيلية للالات والادوات الاختبارية في مراجع خاصة .

ويستعمل لاجل الاختبار الاستاتيكي نموذجان متطابقان كحد ادنى، اما للاختبار الديناميكي فتستعمل ثلاثة نماذج ، ولاختبار التحميل يتطلب من ٦ الى ٨ نماذج متطابقة كحد ادنى. وللحصول على نتائج اكثر دقة عند اختبار المواد الاقل تجانسا، يجب الاكثار من التجارب المتكررة بقدر الامكان.

ب – الرسوم البيانية للشد والانضغاط

ان اختبارات الشد والانضغاط تحت تأثير الحمل الاستاتيكي هي الاكثر انتشارا، وذلك لسهولتها، وفي نفس الوقت فانها تعطي في حالات كثيرة، امكانية الحكم الصحيح على سلوك المادة في الحالات الاخرى للتشوه.

وقد وضحت في الشكل (٢ – ٧) نماذج الاختبار على الشد، المستعملة